

Írja a kérdésre adott választ a megfelelő helyre! (Amennyiben szükséges, számoláshoz használja az utolsó oldalt.)

1. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-5}{x^3-125} = \dots\dots\dots$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{2x} = \dots\dots\dots$

3. Ha $u(x) = \frac{4^x \cdot 3^x}{2^x}$, akkor $u'(x) = \dots\dots\dots$

Írja a következő definíciókat és tételeket a megfelelő helyre! Ügyeljen a pontosságra!

1. Mit jelent, hogy egy $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény folytonos az a helyen.
2. Mit jelent, hogy egy $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény Lipschitz tulajdonságú az I intervallumon?
3. Mondja ki az általánosított Bernoulli egyenlőtlenséget! (Ügyeljen a megfelelő esetszétválasztásra!)

Írja le a következő állítások bizonyítását! (A bizonyításokat tetszőleges sorrendben írhatja.)

1. Az $x^5 - 10x = -2$ egyenletnek van megoldása a $[0, 1]$ intervallumban.
2. A $\log x$ függvény deriváltja az a pontban $1/a$. (log a természetes alapú logaritmus.)
3. Ha f konvex az I intervallumon, és $a < b < c$, akkor $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq \frac{f(c) - f(a)}{c - a}$.

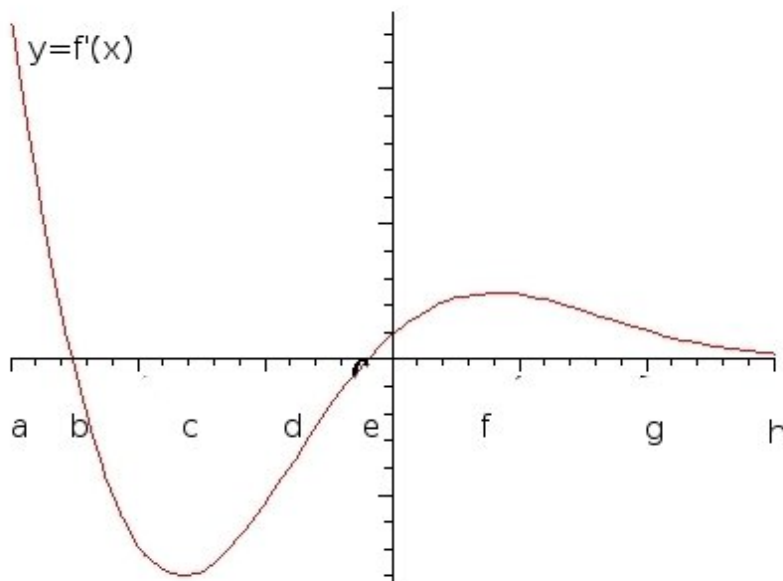
B-valtozat első 3 feladata (a többi ugyanaz volt)

1. $\lim_{x \rightarrow 10^-} \frac{x-10}{x^3-1000} = \dots\dots\dots$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \cot x = \dots\dots\dots$

3. Ha $g(u) = \frac{4^u + 6^u}{2^u}$, akkor $g'(u) = \dots\dots\dots$

2. rész



1. (5 pt) Az ábrán egy f függvény deriváltjának, f' -nek a grafikonja látható.
 - (a) Az $[a, h]$ intervallum mely részintervallumain nő, ill. csökken az eredeti f függvény?
 - (b) Az $[a, h]$ intervallumon belül hol vannak f -nek lokális szélsőértékei?
 - (c) Az $[a, h]$ intervallum mely részintervallumain konvex, ill. konkáv az eredeti f függvény?
2. (16 pt) Bizonyítsa be, vagy ellenpéldával cáfolja meg a következő állításokat! Az állításokban f egy $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ valós függvény.
 - (a) Ha f szigorúan monoton csökken \mathbb{R} -en, akkor $1/f$ szigorúan monoton nő az $\{x \in \mathbb{R} : f(x) \neq 0\}$ halmazon.
 - (b) Ha $x \mapsto f(x)$ konvex akkor $x \mapsto -f(x)$ is az.
 - (c) Ha $x \mapsto f(x)$ konvex akkor $x \mapsto f(-x)$ is az.
 - (d) Ha $f(x) < 0$ minden $x \in \mathbb{R}$, és $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$, akkor $b < 0$.

3. (12 pt) Mutassa meg, hogy az $x \mapsto 16x^3 + 7x - 50$ polinomnak pontosan egy valós gyöke van! Adjon meg olyan I intervallumot amely tartalmazza ezt a gyököt és amelynek hossza nem nagyobb mint 2^{-2} !
4. (12 pt) Definíálja a $\sin x, \cos x$ függvényeket, és bizonyítsa be, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$!

Jó: az 1. feladat helyes megoldása, és legalább 25 pont. Jeles: az 1. és 3. feladat helyes megoldása, és legalább 35 pont.