

## ANALÍZIS III. TÉTELSOR

2006/2007. 1. FÉLÉV

1. A differenciálszámítás néhány alkalmazása. Cauchy-közéértéktétel. L'Hospital-szabály. Taylor-formula.
2. Primitív függvény.  $D'(I)$  alapvető tulajdonságai. Formális szabályok.
3. Parciális integrálás. Helyettesítéses integrálás. Példák.
4. Intervallum felosztása. Felosztások közös finomítása. Alsó és felső közelítő összeg, ezek összehasonlítása.
5. Darboux-féle alsó és felső integrál. Riemann-integrálhatóság. Oszcillációs összeg.
6. „Leghasznosabb” kritérium Riemann-integrálhatóságra. Minden folytonos függvény Riemann-integrálható.
7.  $|f|$  és  $f \cdot g$  Riemann-integrálható.
8. Felosztás finomságáról szóló Riemann-integrálhatósági kritérium. A Riemann-integrálhatóság Riemann-féle kritériuma (bizonyítás nélkül).
9. Newton-Leibniz tétel. Parciális és helyettesítéses integrál Riemann-integrálra.
10. A Riemann-integrál formális tulajdonságai (vektortér-tulajdonság, függvény megszorítása, intervallum szerinti additivitás, integrandus szerinti monotonitás, triviális becslés, közéértéktétel).
11. Integrálfüggvény: folytonosság. Integrálfüggvény és primitív függvény kapcsolata. Folytonos függvény integrálfüggvénye.
12. Lokálisan integrálható függvény integrálfüggvénye. Improprius integrál. Cauchy- és összehasonlító kritérium improprius integrálra.
13. Numerikus sorok. Definíciók, geometriai sor. Cauchy-kritérium sorok konvergenciájára. Pozitív tagú sorok.
14. Numerikus sorok. Összehasonlító kritérium. Cauchy-féle gyökkritérium. D’Alambert-féle hányados-kritérium.
15. Abszolút konvergens sorok. Leibniz-sor. Leibniz-tétel.
16. Függvénysorozatok. Pontonkénti konvergencia, konvergenciahalmaz. Egyenletes konvergencia ekvivalens megfogalmazásai. Példa pontonként de nem egyenletesen konvergens függvénysorozatra.

17. Folytonosság öröklődése a limeszfüggvényre. Riemann-integrálhatóság öröklődése a limeszfüggvényre. Ellenpéldák.
18. Differenciálhatóság öröklődése a limeszfüggvényre. Ellenpélda.
19. Függvénysorok. Pontonkénti konvergencia, konvergenciahalmaz, egyenletes konvergencia. Összegfüggvény folytonossága, Riemann-integrálhatósága.
20. Függvénysorok összegfüggvényének differenciálhatósága. Függvénysor egyenletes konvergenciájára vonatkozó kritériumok (Cauchy, Weierstrass).
21. Hatványsorok, konvergenciasugár. Cauchy-Hadamard-Abel tétel.
22. Hatványsor egyenletes konvergenciája. Összegfüggvény folytonossága, Riemann-integrálhatósága.
23. Hatványsor derivált hatványsora, az összegfüggvény differenciálhatósága.
24. Példák hatványsorok tagonkénti deriválásával és integrálásával nyert újabb hatványsorokra.  $a$  középső hatványsorok.
25. Akárhányszor differenciálható függvény hatványsor-előállítás. Taylor-sor.
26. Elégséges feltétel arra, hogy az  $f$  akárhányszor differenciálható függvény Taylor-sora előállítsa  $f$ -et. Példák (exponenciális, szinusz-, koszinusz-függvény).