Analízis IV. - zh

Mezei István

2007. máj. 4.

1. Legyen (M,d) metrikus tér, $K \subset M$ egy sorozatkompakt halmaz.
   (a) Legyen $x \in$ M és t$(x) :=$ inf$\{d(x,y)|y \in$ K$\}$ Mutassa meg, hogy $\exists y_0 \in$ K, hogy t$(x) = d(x, y_0)$. (10 pont)
   (b) Legyen t: M$\to\mathbf{R}$, t$(x) :=$ inf$\{d(x,y)|y \in$ K$\}$ Mutassa meg, hogy t folytonos függvény! (10 pont)
2. Legyen f: $\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$
   $$\mathrm{f}(x,y) := \frac{2x+3y}{4x^2 - xy + 4y^2}$$
   $\lim\limits_{(\infty,\infty)} \mathrm{f} = ?$ (10 pont)
3. g: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$
   $$\mathrm{g}(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy}{x+y}, \text{ ha } y \neq -x \\ 0, \text{ ha } y = -x \end{cases}$$
   Folytonos-e a g függvény a (0,0) pontban? (10 pont)
4. Legyen N:=$\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 | 0 \leq x \leq 1, x+1 \leq y \leq 4-2x\}$. $\int\int_N xy \; dxdy$=? (10 pont)