

Elemi matematika - 2006. december 6.

(Ambrus András)

A

1. Bizonyítsa be, hogy ha x és y pozitív számok, akkor

$$\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{y^2 + 1}{y} \geq 4$$

2. Egy derékszögű háromszög átfogójának hossza 1 cm-rel nagyobb, mint az egyik befogójának a hossza. Mekkora lehet ez a befogó, ha a másik befogó hossza nem lehet 1 cm-nél kisebb és 4 cm-nél nagyobb?

3. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget grafikusan!

$$\frac{x + 1}{x - 3} \geq 3$$

4. 12 egység oldalú, négyzet alakú lemezből felül nyitott, négyzetes oszlop alakú dobozt készítenek. Mikor lesz a lehető legnagyobb a térfogata?

5. Mutassa meg, hogy

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{64} > 4$$

Ha jobboldalon 4 helyett 5 (6, ..., n) áll, mi lesz a baloldalon az utolsó összeadandó tag? Eredményét indokolja!