

## Geometria I., 1. zh - 2005. okt. 26.

1. Egy húrnégyszög három szöge  $\alpha, 2\alpha, 3\alpha$  (valamilyen sorrendben). Hány fokos lehet a negyedik?
2. Bizonyítsuk be, hogy ha egy húrnégyszögnél két csúcsban is szögfelező a csúcshoz tartozó átló, akkor a húrnégyszög deltoid vagy trapéz.
3. Adott egy ötszög öt oldalfelező pontja. Hogyan szerkeszthető meg (vagy számolható ki) az ötszög öt csúcsa?
4. Igazoljuk, hogy egy  $a, b, c$  oldalú háromszögben az  $S_c$  súlyvonalra teljesül, hogy

$$S_c^2 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}.$$

5. Igazoljuk, hogy ha egy paralelepipedon  $e, f, g, h$  átlóira  $e \perp f$  és  $g \perp h$  teljesül, akkor a paralelepipedonnak van egy merőleges élpárja.
6. Az  $\mathbf{a} = \langle 0, 1, w \rangle$  vektor egyenlő szögeket zár be a  $\mathbf{b} = \langle 2, 1, 2 \rangle$  és  $\mathbf{c} = \langle 3, 0, 4 \rangle$  vektorokkal. Mennyi  $w$ ?