

Geometria 3 - 2007. október 24.

(Moussong Gábor)

1. Adott a síkon három kör, amelyek középpontjai nem kollineárisak. Hány olyan kör létezik, amely mindhárom adott kört merőlegesen metszi? Hogyan lehet ilyen kört szerkeszteni?
2. Adott a síkon az $x^2 + y^2 + 4x - 16y - 32 = 0$ egyenletű k_1 kör és az $x^2 + y^2 - 14x + 4y + 52 = 0$ egyenletű k_2 kör. Határozzuk meg az $x - 2y - 2 = 0$ egyenletű e egyenesnek azt a pontját, amelyből egyenlő hosszú érintőszakaszok húzhatók k_1 -hez és k_2 -höz. Mekkora ezeknek az érintőszakaszoknak a hossza?
3. Adott az $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 5 = 0$ egyenletű k kör és a $P(0, 7)$ pont. Határozzuk meg a P pont k -ra vonatkozó inverzének koordinátáit.
4. Adott a P pont, a k kör és az e egyenes. Hogyan lehet körzővel és vonalzóval olyan kört szerkeszteni, amely áthalad P -n, merőlegesen metszi k -t, és érinti e -t? (A megoldások számának diszkussziójával ne foglalkozzunk.)
5. Adottak a síkon az egymást M -ben metsző e_1 és e_2 egyenesek, valamint a rájuk nem illeszkedő P pont. Vegyünk fel P -n át egy olyan további tetszőleges e egyenest, amely e_1 -et és e_2 -t az A_1 , illetve A_2 pontban metszi, és tekintsük a PMA_1 és PMA_2 köröket. Igazoljuk, hogy ez a két kör olyan szögben metszi egymást, amely független az e egyenes választásától.
(Útmutatás: alkalmazzunk P pólusú inverziót.)