

Geometria IV. - 1. zh

2008. március 27.

(Moussong Gábor)

1. Tekintsük a síkon az

$$x' = x$$

$$y' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$$

képletekkel adott affinitást. Igazoljuk, hogy tengelyes affinitásról van szó és határozzuk meg a tengelyt.

2. Tekintsük a síkon az

$$x' = x - y + 1$$

$$y' = x + y - 2$$

képletekkel adott affinitást. Mutassuk meg, hogy forgatva nyújtásról van szó, valamint határozzuk meg a középpontját, a forgatás szögét és a nyújtás arányát.

3. Jelölje O az ellipszis középpontját és P az ellipszis egy pontját. Igazoljuk, hogy a P -beli érintő csak akkor merőleges OP -re, ha P valamelyik tengely végpontja.
4. Legyen az ellipszis két konjugált átmérőjének a hossza $2p$, illetve $2q$, és jelölje φ a két átmérő által bezárt szöget. Bizonyítsuk be, hogy az ellipszis területe $\pi pq \sin \varphi$.
5. Legyen A, B, C és D a kibővített tér négy különböző pontja. Mutassuk meg, hogy ha az AB és CD egyeneseknek nincs közös pontja, akkor a BC és DA egyeneseknek sincs közös pontja.